

# GENERÁLNA SKÚŠKA NKMS 2004 PÍ SOMNÁ ZLOŽKA INTERNEJ ČASTI



## M A T E M A T I K A

úroveň A

Kód školy

Kód žiaka

Trieda

Číslo vybranej úlohy:

**NEOTVÁRAJTE, POČKAJTE NA POKYN!  
PREČÍTAJTE SI NAJPRV POKYNY K TESTU!**

- Test obsahuje **6 úloh**, z ktorých však máte riešiť **iba päť**. Úlohy 1, 2, 3 a 4 sú povinné pre všetkých žiakov a z hľadiska hodnotenia nie sú rovnocenné. Počet bodov, ktoré je možné získať za úplné a správne riešenie, je uvedený pri každej úlohe. Spomedzi úloh 5a, 5b si vyberte jednu úlohu, ktorú budete riešiť. Úlohy 5a, 5b sú z hľadiska hodnotenia rovnocenné. Číslo vybranej úlohy zapíšete pred odovzdaním testu na vyznačené miesto. Ak tak neurobíte, bude sa Vám hodnotiť úloha 5a.
- Úlohy vyriešte a celý postup riešenia napíšete priamo do testu. Riešenia píšete tak, aby hodnotitelia mohli sledovať Váš postup. Pripojte aj komentár, vysvetlenie a zdôvodnenie jednotlivých krokov. Uveďte aj všetky výpočty, ktoré tvoria súčasť riešenia.
- Na vypracovanie testu budete mať **60 minút**.
- Pri práci smiete používať iba písacie a rysovacie potreby, kalkulačku a prehľad vzorcov, ktorý je súčasťou tohto testu. Nesmiete používať zošity, učebnice ani inú literatúru.
- Píšete perom s čiernou alebo modrou náplňou. Nepoužívajte, okrem náčrtov obrázkov, obyčajné ceruzky ani pentelky.
- Hárok s textami úloh a ich riešením **NEPODPISUJTE!** Na vyznačené miesto napíšete svoj kód.
- Pracujte rýchlo, ale sústreďte sa.

Želáme Vám veľa úspechov!  
Nezačnite pracovať, pokiaľ nedostanete pokyn!

Túto časť nevyplňujú žiaci!

Hodnotenie:	1	2	3	4	5a	5b	spolu

**1** Riešte rovnicu  $\sqrt{x^2 + 3x + 6} = 3 - \sqrt{x^2 + 7x + 11}$ .

(3 body)

Riešenie:

A large empty rectangular box with a thin black border, occupying most of the page. It is intended for the student to write their answers to the exam questions.

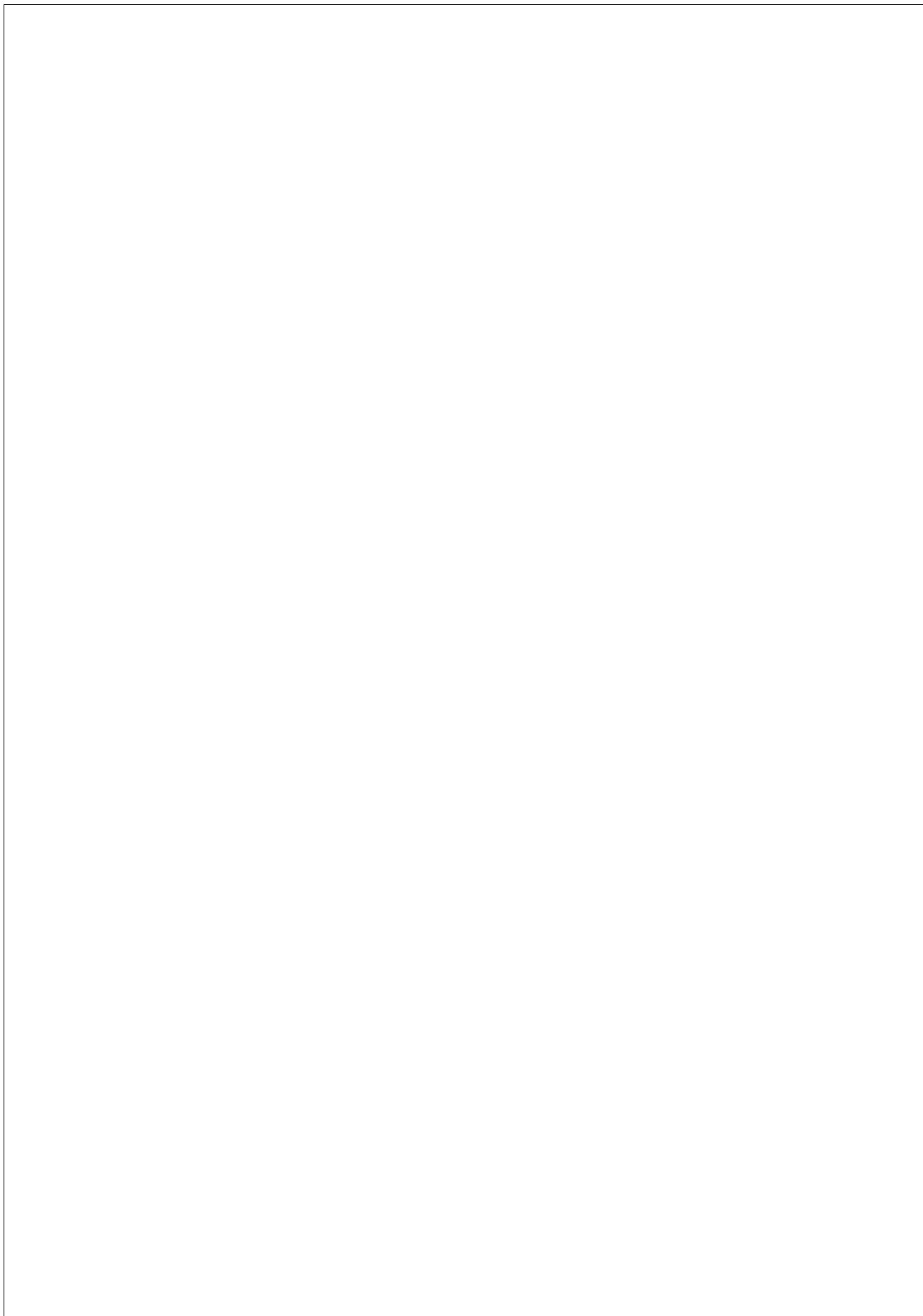
- 2** V nepriehľadnom vrecku je 10 červených guľiek. Najmenej koľko bielych guľiek musíme vložiť do tohto vrecka, aby pravdepodobnosť, že náhodne vytiahnutá guľka bude červená, bola menšia ako 30 %? (3 body)

Riešenie:

A large empty rectangular box with a thin black border, occupying most of the page. It is intended for the student to write their answers to the math problems.

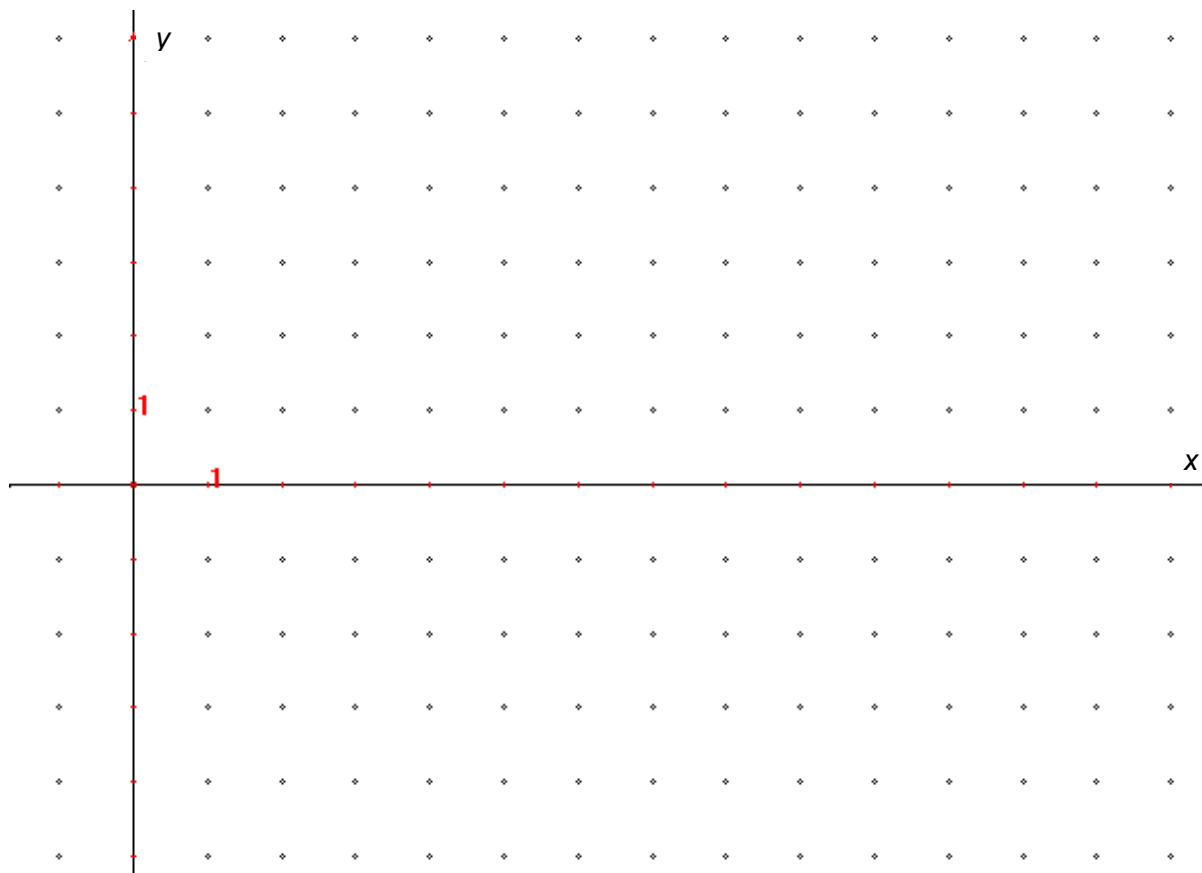
- 3** Základne pravidelného zrezaného ihlana  $ABCDEFGH$  sú štvorce so stranami 6 cm a 12 cm, jeho plášť sa skladá zo štyroch zhodných rovnoramenných lichobežníkov. Vypočítajte výšku tohto zrezaného ihlana, ak viete, že obsah jeho plášťa sa rovná súčtu obsahov základní. (4 body)

Riešenie:

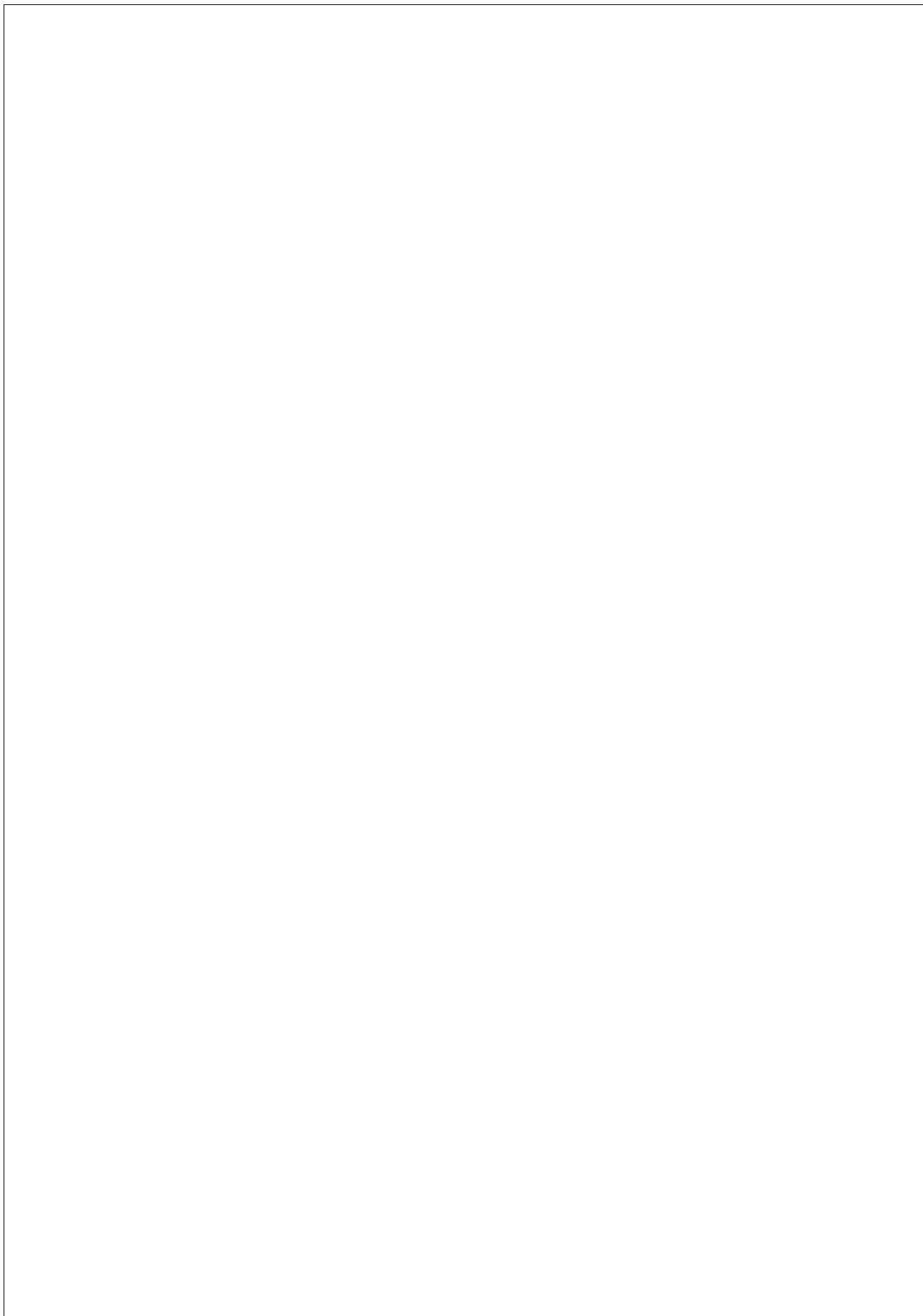


**4** V rovine sú dané body  $A[0 ; 0]$ ,  $B[6 ; 0]$ . Nájdite a narysujte množinu všetkých takých bodov  $C$  roviny, že  $A, B, C$  sú vrcholmi trojuholníka, v ktorom  $|AC| = 2 \cdot |BC|$ . (5 bodov)

Riešenie:

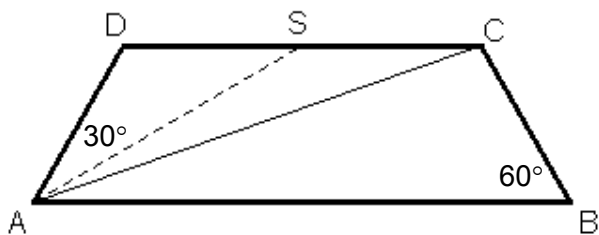




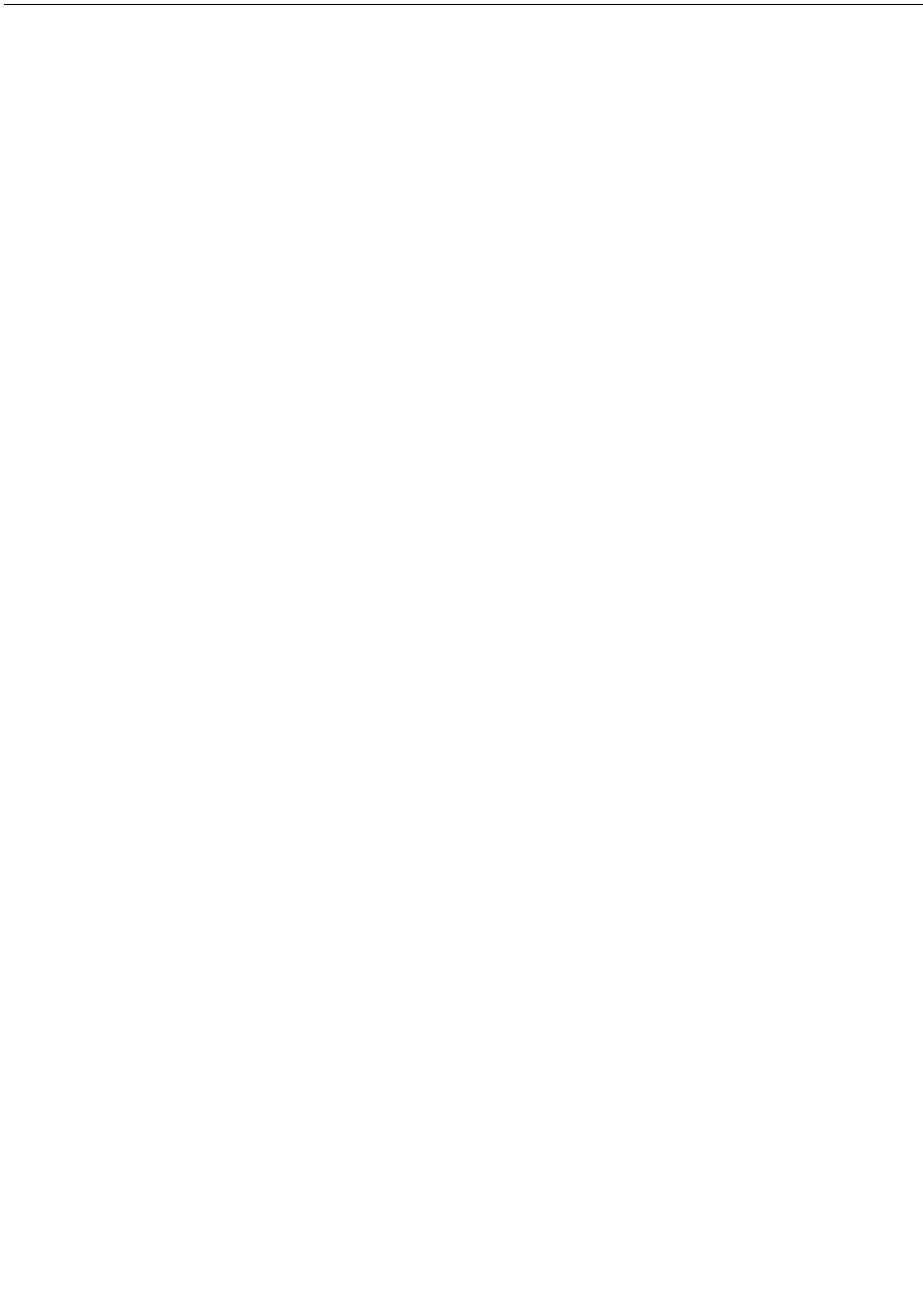


**5a**

V rovnoramennom lichobežníku  $ABCD$  má uhol  $\angle DAB$  veľkosť  $60^\circ$  a os tohto uhla prechádza stredom  $S$  základne  $CD$ . Uhlopriečka  $AC$  má dĺžku 21 m. S presnosťou na milimetre vypočítajte obvod lichobežníka  $ABCD$ . (5 bodov)



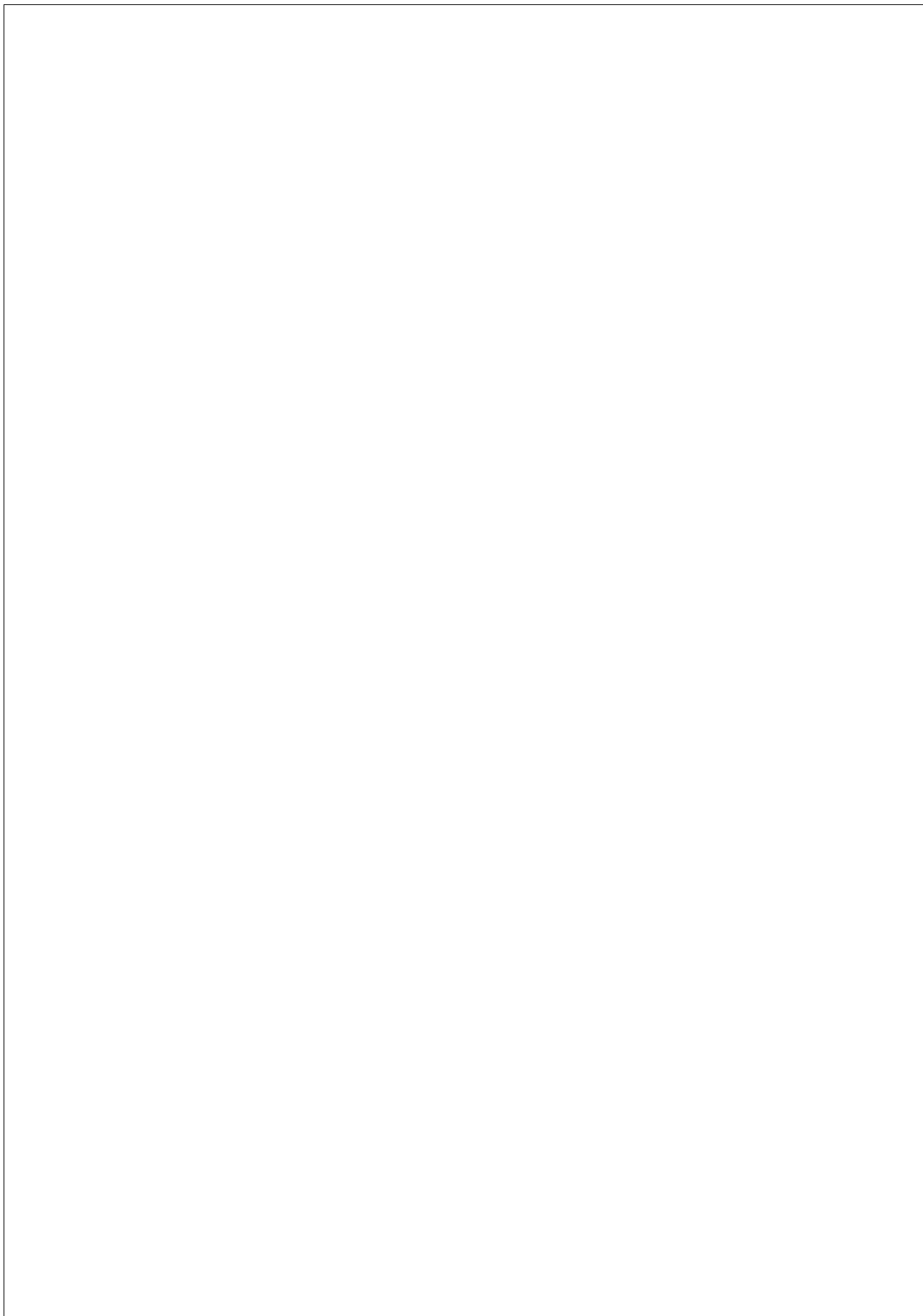
Riešenie:

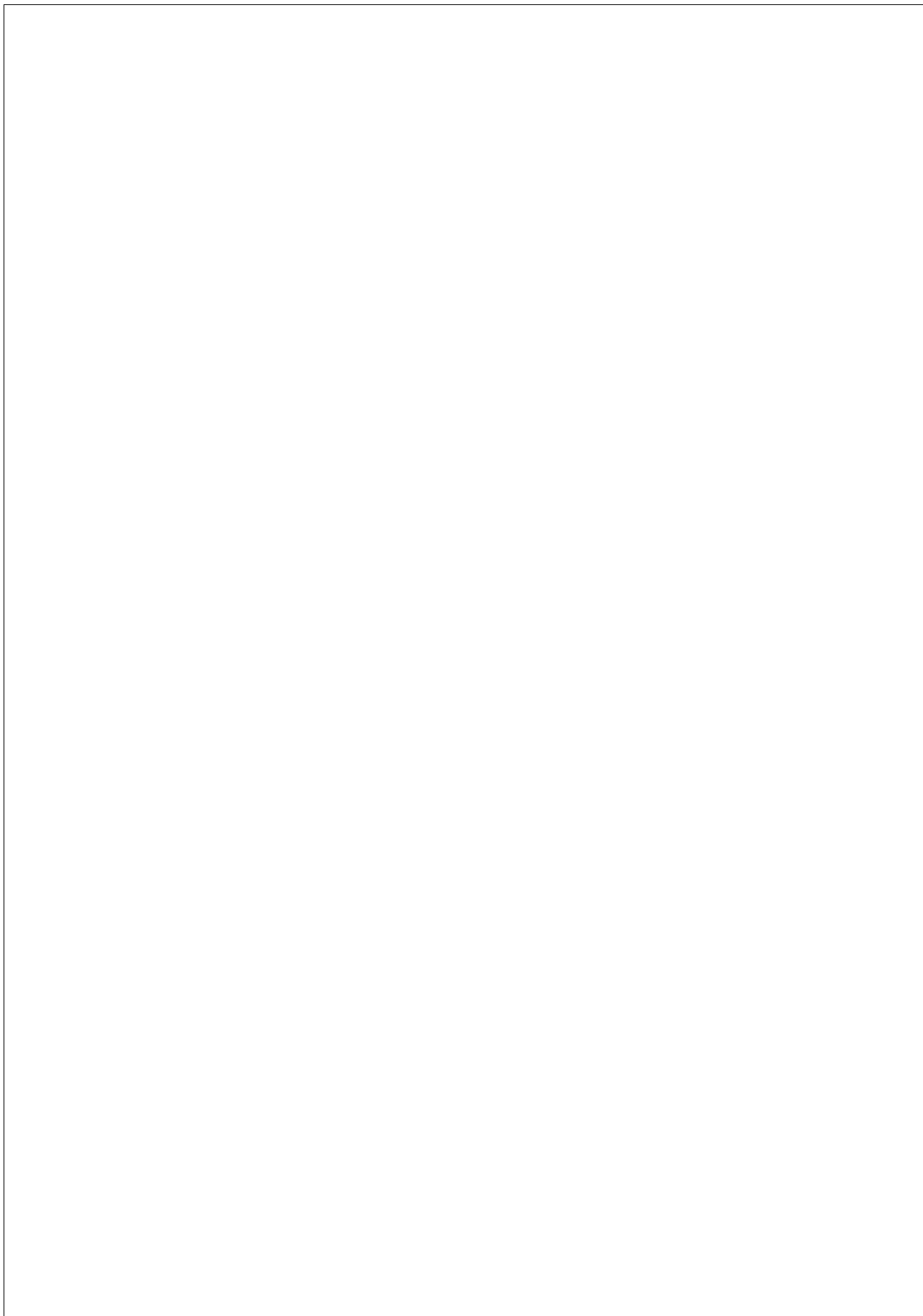


**5b**

Funkcia  $f : y = x^2 - 6x - 40$  vznikla súčinom lineárnej funkcie  $g$  a k nej inverznej funkcie  $g^{-1}$ . Nájdite predpis funkcie  $g$ . (5 bodov)

Riešenie:





Prehľad vzorcov

Mocniny:

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y} \quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \quad (a^x)^y = a^{x \cdot y} \quad (a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x} \quad a^{-x} = \frac{1}{a^x} \quad a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$$

Goniometrické funkcie:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x \quad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
sin x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos x	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Trigonometria:

Sínusová veta:  $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2r$

Kosínusová veta:  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$

Logaritmus:  $\log_z(x \cdot y) = \log_z x + \log_z y$

$$\log_z \frac{x}{y} = \log_z x - \log_z y$$

$$\log_z x^k = k \cdot \log_z x$$

$$\log_y x = \frac{\log_z x}{\log_z y}$$

Aritmetická postupnosť:  $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$

$$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

Geometrická postupnosť:  $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$

$$s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}, \quad q \neq 1$$

Kombinatorika:  $P(n) = n!$   $V(k, n) = \frac{n!}{(n-k)!}$

$$C(k, n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$P'(n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!} \quad V'(k, n) = n^k$$

$$C'(k, n) = \binom{n+k-1}{k}$$

Geometrický priemer:  $\sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n}$

Harmonický priemer:  $\frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}}$

Analytická geometria:

Parametrické vyjadrenie priamky:  $X = A + t\bar{u}, \quad t \in R$

Všeobecná rovnica priamky:  $ax + by + c = 0; \quad [a; b] \neq [0; 0]$

Smernicový tvar rovnice priamky:  $y = ax + b$

Parametrické vyjadrenie roviny:  $X = A + t\bar{u} + s\bar{v}, \quad t, s \in R$

Všeobecná rovnica roviny:  $ax + by + cz + d = 0; \quad [a; b; c] \neq [0; 0; 0]$

Stredový tvar rovnice kružnice:  $(x - m)^2 + (y - n)^2 = r^2$

Objemy a povrchy telies:

	kváder	valec	ihlan	kužeľ	guľa
objem	$abc$	$\pi r^2 v$	$\frac{1}{3} S_p v$	$\frac{1}{3} \pi r^2 v$	$\frac{4}{3} \pi r^3$
povrch	$2(ab + ac + bc)$	$2\pi r(r + v)$	$S_p + Q$	$\pi r(r + s)$	$4\pi r^2$