

# M O N I T O R 2002

## pilotné testovanie maturantov



## Matematika – test M-1, 2. časť

### forma A

|              |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Kód školy:   | A                        | B                        | C                        | F                        | H                        | I                        | K                        | L                        | M                        | O                        | P                        | S                        | T                        | Kód triedy:              | A                        | B                        | C                        | F                        | H                        |                          |
|              | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |                          | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |                          |
| Číslo žiaka: | 01                       | 02                       | 03                       | 04                       | 05                       | 06                       | 07                       | 08                       | 09                       | 10                       | 11                       | 12                       | 13                       | 14                       | 15                       | 16                       | 17                       | 18                       | 19                       | 20                       |
|              | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|              | 21                       | 22                       | 23                       | 24                       | 25                       | 26                       | 27                       | 28                       | 29                       | 30                       | 31                       | 32                       | 33                       | 34                       | 35                       | 36                       | 37                       | 38                       | 39                       | 40                       |
|              | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Pohlavie:    | Ch                       | D                        | Známka:                  | 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |

Ktorá z dvojice voliteľných úloh 5a, 5b Vám má byť hodnotená?

| Úloha       | 1 | 2 | 3 | 4 | 5a | 5b |
|-------------|---|---|---|---|----|----|
| Hodnotenie: |   |   |   |   |    |    |

Odborný garant projektu: Štátny pedagogický ústav, Bratislava  
 Realizácia projektu: EXAM<sup>®</sup>, Bratislava

- 1** Predmet vyhodенý zo zeme pod uhlom  $\delta$  rýchlosťou  $v$  ( $m \cdot s^{-1}$ ) sa pohybuje po krivke popísanej rovnicou  $y = x \operatorname{tg} \delta - 4,9 \frac{x^2}{v^2 \cos^2 \delta}$ , kde  $x$  je vodorovná vzdialenosť od miesta, v ktorom sme predmet vyhodili (v metroch) a  $y$  je výška predmetu nad zemou (v metroch). Pod akým uhlom  $\delta$  a akou rýchlosťou  $v$  bola vyhodенá lopta, ak jej dráha je popísaná rovnicou  $y = \sqrt{3} x - 19,6 x^2$  ?

**Sem napíšte celé riešenie aj s postupom:**

**Pokračovanie riešenia:**

**2** Pre zdaňovanie celkových ročných príjmov platia v istej krajine tieto pravidlá:

| celkový ročný príjem |               | daň   |
|----------------------|---------------|---|
| do 30 000 Sk         |               | 0 %   |
| od 30 000 Sk         | do 100 000 Sk | 15 % zo sumy prevyšujúcej 30 000 Sk           |
| od 100 000 Sk        | do 180 000 Sk | 10 500 + 20 % zo sumy prevyšujúcej 100 000 Sk |
| nad 180 000 Sk       |               | 26 500 + 25 % zo sumy prevyšujúcej 180 000 Sk |

Aký bol celkový ročný príjem pána Jozefa, ak mu z neho po zaplatení daní zvýšilo 171 707 korún?

**Sem napíšte celé riešenie aj s postupom:**

**Pokračovanie riešenia:**

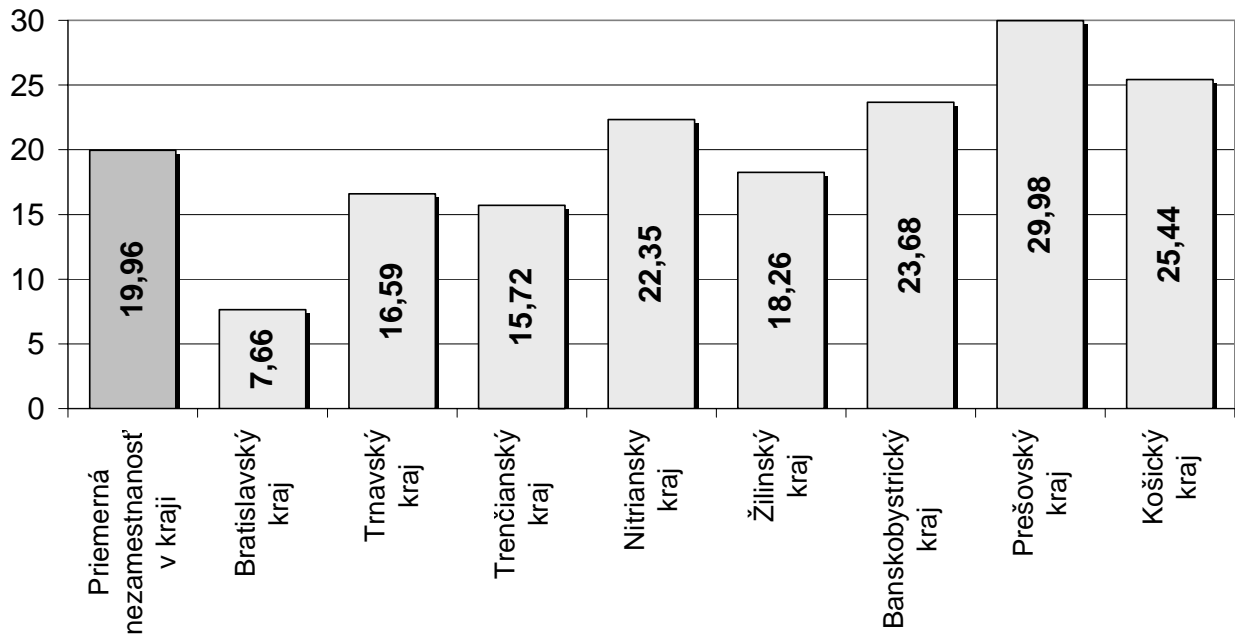
- 3** Nech  $S$  je stred hrany  $GH$  kvádra  $ABCDEFGH$ , v ktorom  $|AB| = 20$ ,  $|BC| = 6$ . Aký vysoký je kváder, ak je trojuholník  $ABS$  pravouhlý?

**Sem napíšte celé riešenie aj s postupom:**

**Pokračovanie riešenia:**

**4** Nasledujúci graf obsahuje údaje o miere nezamestnanosti v jednotlivých krajoch SR:

**Miera nezamestnanosti v jednotlivých krajoch SR  
(údaje v percentách)**



Istý novinár publikoval komentár k tomuto grafu, z ktorého uvádzame dva citáty:

- (1) „Nemá zmysel obviňovať vládu, že v niektorých krajoch je nezamestnanosť vyššia ako krajský priemer. Toľko by si mal každý z matematiky pamätať, že z ôsmich krajoz vždy musí byť v štyroch hodnota nižšia ako krajský priemer a v štyroch vyššia. Inak by priemer nebol priemerom!“
- (2) „Nečudujme sa východiarom, že sú so súčasnou situáciou nespokojní. Ved' na každého nezamestnaného obyvateľa bratislavského kraja pripadajú štyria obyvatelia prešovského kraja bez práce!“

Rozhodnite, či uvedené dva novinároze závery boli matematicky správne. Ak niektorý považujete za chybný, podrobne zdôvodnite, v čom sa novinár mylí.

**Sem napíšte celé riešenie aj so zdôvodnením:**



**Pokračovanie riešenia:**

**Z dvojice úloh 5a, 5b riešte iba jednu podľa vlastného výberu!**

**5a** Výletná loď má kapacitu 1200 miest. Cena za jedno miesto na lodi je 15 020 korún. Aby majiteľ prilákal viac záujemcov, vyhlásil pre najbližšiu plavbu takúto akciu: ak počet výletníkov prekročí 600, každému z nich vráti toľkokrát 15 korún, o koľko prevýši počet výletníkov číslo 600. Najviac koľko korún môže majiteľ lode získať za akciovú plavbu?

**Ak ste si vybrali túto úlohu, sem napíšte celé jej riešenie aj s postupom:**

**Pokračovanie riešenia:**

**Z dvojice úloh 5a, 5b riešte iba jednu podľa vlastného výberu!**

**5b** Paľo mal zostrojiť štvoruholník  $ABCD$ , ak je dané:  $|AB| = 7$  cm,  $|BC| = 3$  cm,  $|AC| = 5$  cm,  $|AD| = d$  cm a  $|\angle BCD| = 150^\circ$ . Tu je jeho správny postup konštrukcie:

1. trojuholník  $ABC$ ,
2. polpriamka  $CX$ ;  $\overrightarrow{CX}$  leží v polrovine  $BCA$ ,  $|\angle BCX| = 150^\circ$ ,
3. kružnica  $k$ ;  $k(A; r = d)$ ,
4. bod  $D$ ;  $D$  leží na kružnici  $k$  a na polpriamke  $CX$ ,
5. štvoruholník  $ABCD$ .

Vypočítajte zatajenú hodnotu dĺžky strany  $AD$ , ak viete, že Paľovi správne vyšlo práve jedno riešenie.

**Ak ste si vybrali túto úlohu, sem napíšte celé jej riešenie aj s postupom:**

**Pokračovanie riešenia:**

**Miesto na pomocné výpočty**  
**(obsah tejto strany nebude pri hodnotení zohľadnený)**

## Prehľad vzorcov

### Mocniny:

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y}; \quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}; \quad (a^x)^y = a^{x \cdot y}; \quad (a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x; \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}; \quad a^{-x} = \frac{1}{a^x}; \quad a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$$

### Goniometrické funkcie:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{cotg} x = 1, \quad x \neq k \cdot \frac{\pi}{2} \quad \sin 2x = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x \quad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\left| \sin \frac{x}{2} \right| = \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}} \quad \left| \cos \frac{x}{2} \right| = \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}} \quad \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \operatorname{cotg} x, \quad x \neq k\pi$$

$$\operatorname{cotg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \operatorname{tg} x, \quad x \neq (2k+1)\frac{\pi}{2}$$

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cdot \cos y \pm \cos x \cdot \sin y$$

$$\cos(x \pm y) = \cos x \cdot \cos y \mp \sin x \cdot \sin y$$

|              |   |                      |                      |                      |                 |
|--------------|---|----------------------|----------------------|----------------------|-----------------|
| <b>x</b>     | 0 | $\frac{\pi}{6}$      | $\frac{\pi}{4}$      | $\frac{\pi}{3}$      | $\frac{\pi}{2}$ |
| <b>sin x</b> | 0 | $\frac{1}{2}$        | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1               |
| <b>cos x</b> | 1 | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$        | 0               |

### Trigonometria:

Sínusová veta:  $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2r$

Kosínusová veta:  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$

Logaritmus:  $\log_z(x \cdot y) = \log_z x + \log_z y;$

$$\log_z \frac{x}{y} = \log_z x - \log_z y;$$

$$\log_z x^k = k \cdot \log_z x;$$

$$\log_y x = \frac{\log_z x}{\log_z y}$$

Aritmetická postupnosť:  $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d; \quad s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

Geometrická postupnosť:  $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}; \quad s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}, \quad q \neq 1$

Kombinatorika:  $P(n) = n!;$

$$V(k, n) = \frac{n!}{(n-k)!};$$

$$C(k, n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$P'(n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_k!}; \quad V'(k, n) = n^k;$$

$$C'(k, n) = \binom{n+k-1}{k}$$

### Analytická geometria:

Parametrické vyjadrenie priamky:  $X = A + t\vec{u}, \quad t \in R$

Všeobecná rovnica priamky:  $ax + by + c = 0; \quad [a, b] \neq [0, 0]$

Smernicový tvar rovnice priamky:  $y = ax + b;$

Parametrické vyjadrenie roviny:  $X = A + t\vec{u} + s\vec{v}, \quad t, s \in R$

Všeobecná rovnica roviny:  $ax + by + cz + d = 0; \quad [a, b, c] \neq [0, 0, 0]$

Stredový tvar rovnice kružnice:  $(x - m)^2 + (y - n)^2 = r^2$

### Objemy a povrchy telies:

|               |               |               |                     |                         |                       |
|---------------|---------------|---------------|---------------------|-------------------------|-----------------------|
|               | <b>kváder</b> | <b>valec</b>  | <b>ihlan</b>        | <b>kužeľ</b>            | <b>guľa</b>           |
| <b>objem</b>  | $abc$         | $\pi r^2 v$   | $\frac{1}{3} S_p v$ | $\frac{1}{3} \pi r^2 v$ | $\frac{4}{3} \pi r^3$ |
| <b>povrch</b> | $2(ab+ac+bc)$ | $2\pi r(r+v)$ | $S_p+Q$             | $\pi r(r+s)$            | $4\pi r^2$            |



## MONITOR 2002

### pilotné testovanie maturantov na gymnáziách, SOŠ a SOU

V rámci projektu MONITOR 2002 píšú v tejto chvíli rovnaký test maturanti na stovkách stredných škôl. Máte jedinečnú možnosť objektívne porovnať vlastné vedomosti s rovesníkmi na celom Slovensku. Pracujte sústredene a snažte sa podať čo najlepší výkon. Svojím dobrým výsledkom môžete prispieť k pozitívnemu hodnoteniu Vašej školy v celoslovenskom meradle.

### Informácie a pokyny pre žiakov

- Test obsahuje šesť úloh, z ktorých však budete riešiť **iba päť**. **Úlohy 1, 2, 3 a 4 sú povinné pre všetkých žiakov. Spomedzi úloh 5a, 5b si každý žiak vyberie jednu úlohu, ktorú bude riešiť.** Úlohy 5a, 5b sú z hľadiska hodnotenia rovnocenné. Odporúčame Vám, aby ste sa podľa zadania rozhodli pre jednu z oboch úloh a venovali sa iba jej. Aj v prípade, že sa pokúsite riešiť obe úlohy, do výsledkov sa Vám započíta iba jedna z nich (pozri ďalší bod).
- Aby hodnotitelia vedeli, ktorú z úloh 5a, 5b Vám majú započítať do hodnotenia, uveďte označenie vybranej úlohy do predtlačeneho rámy na titulnej strane. V prípade, že uvediete do rámy obe úlohy alebo ani jednu, započítajú sa Vám automaticky body za úlohu 5a, čo môže byť pre Vás nevýhodné. **Vo vlastnom záujme preto uveďte len jednu úlohu.**
- Na vypracovanie testu (t. j. piatich vybraných úloh) budete mať **60 minút čistého času**.
- Pri práci smiete používať písacie a rysovacie potreby a kalkulačku. Môžete tiež používať prehľad vzorcov, ktorý nájdete na predposlednej strane testu. **Nesmiete používať tabuľky, učebnice ani zošity.**
- Riešenia úloh píšete tak, aby hodnotitelia mohli sledovať jednotlivé kroky riešenia. Pripojte aj komentár, vysvetlenie a zdôvodnenie jednotlivých krokov. Uveďte aj všetky výpočty, ktoré tvoria súčasť riešenia.
- Ak sa Vám riešenie nezmesť do vyhradeného miesta pod zadaním úlohy, pokračujte na vedľajšej strane. Nepoužívajte žiadny pomocný papier, **všetky úvahy a výpočty robte priamo do testu.** Strana 13 na konci testu je vyhradená na prípadné pomocné výpočty. Na jej obsah sa pri hodnotení nebude prihliadať.
- **Píšte čiernym alebo modrým perom.** Nesmiete písať červeným perom ani obyčajnou ceruzkou (okrem rysovania).

**Nezačínajte pracovať, kým nedostanete pokyn!**